

Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 ( 5 points )

Préciser en justifiant la ou les réponses correctes dans chacun des cas suivants.

- 1) Tout entier formé de trois chiffres identiques est divisible : a) par 3      b) par 9      c) par 37
- 2) Pour tout chiffre non nul a, L'entier  $A=aaa6$  est divisible : a) par 9      b) par 3      c) par  $a+2$
- 3) L'entier 11 divise : a) 31835947      b)  $2^{20} - 1$       c)  $10^4 + 1$
- 4) Si l'entier  $n=2a3a1$  est divisible par 11 et 3 alors : a)  $a=0$       b)  $a=3$       c)  $a=6$
- 5) Prendre un entier x à quatre chiffres, on désigne par y l'entier formé par les mêmes chiffres dans l'ordre inverse. (si  $x=abcd$  alors  $y=dcba$ , avec  $a > d$ ). a)  $x+y \in M_{11}$       b)  $x-y \in M_9$       c)  $x-y \in D_9$

Exercice : 2 ( 8 points )

Soit  $(u)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

2) Soit  $(v)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $v_n = \frac{1}{u_n - 5}$ .

a) Montrer que  $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5(u_n - 5)}$ .

b) Montrer que  $v_n$  est une suite arithmétique de raison  $-\frac{1}{5}$ .

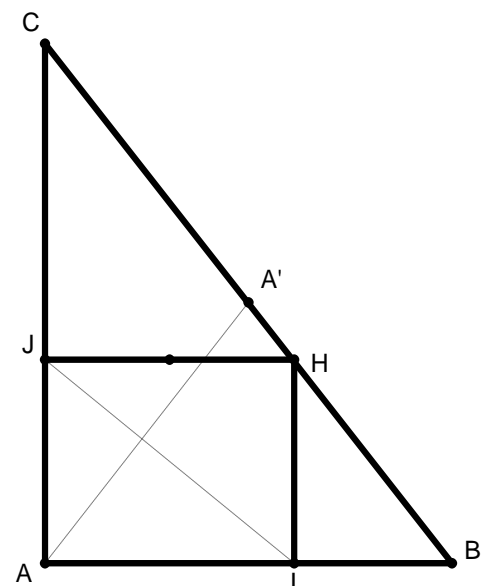
c) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.

3) Soit  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ; Montrer que :  $S_n = \frac{-(n+1)^2}{10}$

Exercice : 3 ( 7 points )

Dans la figure ci-contre ABC est un triangle rectangle en A, A' est le milieu de [BC], H est le projeté orthogonal de A sur (BC), I et J sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC) et E est le milieu de [HC]. On se propose de démontrer que  $(IJ) \perp (AA')$

- 1) Soit h l'homothétie de centre C qui transforme B en H.
  - a) Déterminer h(A).
  - b) Montrer que h(A')=E.
- 2) On admet que les droites (IJ) et (JE) sont perpendiculaires, montrer que  $(IJ) \perp (AA')$ .



Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 ( 10 points )

Soient  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  et  $g(x) = x^4 + x^2 - 2$ .

1) Calculer  $f(1)$  puis résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $f(x) = 0$ .

2) Factoriser  $g(x)$ .

3) On pose  $h(x) = \frac{(x-1)(x^2-5x+6)}{g(x)}$ .

a) Déterminer l'ensemble  $D$  des réels  $x$  pour lesquels  $h(x)$  a un sens puis simplifier  $h(x)$ .

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $h(x) = \frac{1}{x^2+2}$ .

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{(x^2+2)h(x)} < 1$ .

Exercice : 2 ( 10 points )

$O$  et  $I$  sont deux points fixes tels que  $OI = 3$ , et  $C$  est le cercle de centre  $O$  et de rayon  $OI$ .

1) a) Construire  $O'$  l'image de  $O$  par l'homothétie de centre  $I$  et de rapport  $-\frac{1}{2}$ .

b) Déterminer alors et construire  $C'$  l'image de  $C$  par l'homothétie  $h_{\left(I, -\frac{1}{2}\right)}$ .

2)  $M$  est un point variable de  $C$  distinct de  $I$ . La droite  $(IM)$  recoupe  $C'$  en  $N$ .

a) Montrer que :  $h_{\left(I, -\frac{1}{2}\right)}(M) = N$ .

b) En déduire l'ensemble des points  $N$  lorsque  $M$  varie sur  $C \setminus \{I\}$ .

3) a) Construire  $O''$  tel que :  $h_{\left(I, -\frac{2}{3}\right)}(O') = O''$ .

b) Déterminer alors et construire  $C''$  l'image de  $C'$  par l'homothétie  $h_{\left(I, -\frac{2}{3}\right)}$ .

c)  $C''$  et  $(MN)$  se coupent en  $I$  et  $M''$ . Montrer que :  $\overrightarrow{IM''} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM}$ .

d) En déduire l'ensemble des points  $M''$  lorsque  $M$  varie sur  $C \setminus \{I\}$ .

Bon travail