

Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 (5 points)

Préciser en justifiant la ou les réponses correctes dans chacun des cas suivants.

- 1) Tout entier formé de trois chiffres identiques est divisible : a) par 3 b) par 9 c) par 37
- 2) Pour tout chiffre non nul a, L'entier $A=aaa6$ est divisible : a) par 9 b) par 3 c) par $a+2$
- 3) L'entier 11 divise : a) 31835947 b) $2^{20} - 1$ c) 10^4+1
- 4) Si l'entier $n=2a3a1$ est divisible par 11 et 3 alors : a) $a=0$ b) $a=3$ c) $a=6$
- 5) Prendre un entier x à quatre chiffres, on désigne par y l'entier formé par les mêmes chiffres dans l'ordre inverse. (si $x=abcd$ alors $y=dcba$, avec $a>d$). a) $x+y \in M_{11}$ b) $x-y \in M_9$ c) $x-y \in D_9$

Exercice : 2 (8 points)

Soit (u) la suite définie sur IN par
$$\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n} \end{cases}$$
 pour tout $n \in \text{IN}$

1) Calculer u_1 et u_2 .

2) Soit (v) la suite définie sur IN par $v_n = \frac{1}{u_n - 5}$.

a) Montrer que $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5(u_n - 5)}$.

b) Montrer que v_n est une suite arithmétique de raison $-\frac{1}{5}$.

c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

3) Soit $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$; Montrer que : $S_n = \frac{-(n+1)^2}{10}$

Exercice : 3 (7 points)

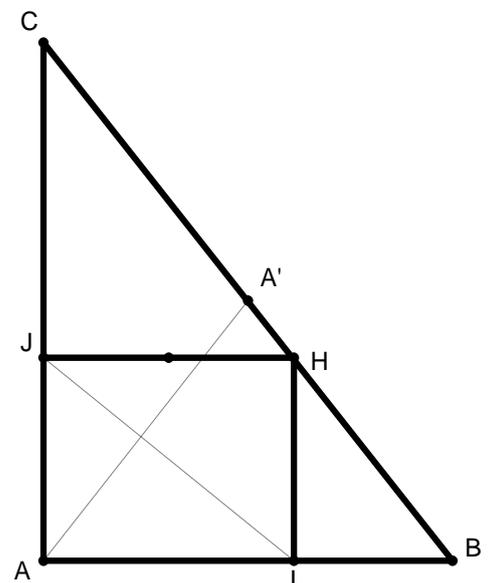
Dans la figure ci-contre ABC est un triangle rectangle en A, A' est le milieu de [BC], H est le projeté orthogonal de A sur (BC), I et J sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC) et E est le milieu de [HC]. On se propose de démontrer que $(IJ) \perp (AA')$

1) Soit h l'homothétie de centre C qui transforme B en H.

a) Déterminer h(A).

b) Montrer que $h(A')=E$.

2) On admet que les droites (IJ) et (JE) sont perpendiculaires, montrer que $(IJ) \perp (AA')$.



Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 (10 points)

Soient $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ et $g(x) = x^4 + x^2 - 2$.

1) Calculer $f(1)$ puis résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $f(x) = 0$.

2) Factoriser $g(x)$.

3) On pose $h(x) = \frac{(x-1)(x^2-5x+6)}{g(x)}$.

a) Déterminer l'ensemble D des réels x pour les quels $h(x)$ a un sens puis simplifier $h(x)$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $h(x) = \frac{1}{x^2+2}$.

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{(x^2+2)h(x)} < 1$.

Exercice : 2 (10 points)

O et I sont deux points fixes tels que $OI = 3$, et C est le cercle de centre O et de rayon OI .

1) a) Construire O' l'image de O par l'homothétie de centre I et de rapport $\frac{-1}{2}$.

b) Déterminer alors et construire C' l'image de C par l'homothétie $h_{\left(I, \frac{-1}{2}\right)}$.

2) M est un point variable de C distinct de I . La droite (IM) recoupe C' en N .

a) Montrer que : $h_{\left(I, \frac{-1}{2}\right)}(M) = N$.

b) En déduire l'ensemble des points N lorsque M varie sur $C \setminus \{I\}$.

3) a) Construire O'' tel que : $h_{\left(I, \frac{-2}{3}\right)}(O') = O''$.

b) Déterminer alors et construire C'' l'image de C' par l'homothétie $h_{\left(I, \frac{-2}{3}\right)}$.

c) C'' et (MN) se coupent en I et M'' . Montrer que : $\overrightarrow{IM''} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM}$.

d) En déduire l'ensemble des points M'' lorsque M varie sur $C \setminus \{I\}$.

Bon travail